



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ  
EDIȚIA 2009  
FAZA LOCALĂ

CLASA A IX-a  
VARIANTA 1

Subiectul 1:

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația:  $27d^2(x) - 2[x] + 3 = 0$   
( unde  $[x]$  reprezintă partea întreagă a numărului real  $x$ , iar  $d(x) = \min_{k \in \mathbb{Z}} |x - k|$  )

Marian Teler, profesor Costești  
Marin Ionescu, profesor Pitești

Subiectul 2:

Să se arate că dacă numărul natural  $x \geq 2$  și pătratul său sunt termenii unei progresii aritmetice infinite crescătoare de numere reale, atunci această progresie conține toate numerele  $x^n$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ .

I.Ș.J. Argeș

Subiectul 3:

Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  având proprietatea  $f(x+2) + f(x-2) = f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

a) Să se arate că funcția  $f$  este periodică.

b) Arătați că  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{12} - \left[ \frac{x}{12} \right]$  are proprietatea a) din enunț .

I.Ș.J. Argeș

Subiectul 4:

Se dau vectorii nenuli  $\vec{u}, \vec{v}$  astfel încât  $|\vec{u} + \vec{v}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$

Să se demonstreze că vectorii  $\vec{u}, \vec{v}$  sunt coliniari și au același sens.

Marian Teler, profesor Costești

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru : 3 ore.